

ANALISIS STRUKTUR PENGARUH BEBAN AKSIAL TERHADAP BALOK

STRUCTURAL ANALYSIS OF AXIAL LOAD EFFECT ON THE BEAM

Giovani¹, Amir Mukhlis²

¹STT Iskandar Thani, Jl. Alue Naga, Desa Tibang, Banda Aceh, Aceh, Indonesia.

²Universitas Iskandarmuda, Jl. Kampus Unida No. 15 Gp. Surien, Banda Aceh, Aceh, Indonesia.

E-mail: gvani78@gmail.com

amirmukhlis@hotmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini menitikberatkan pada permasalahan beban aksial tekan kritis yang dapat ditanggung oleh struktur. Metode yang dipakai dalam perhitungan ini adalah metode elemen hingga. Konsep dasar dari metode ini adalah bahwa suatu struktur yang kontinu dapat dimodelisasi secara diskritisasi menjadi struktur diskrit yang lebih sederhana, struktur diskrit terbentuk dari gabungan elemen yang perilakunya diharapkan mewakili perilaku struktur yang lebih kompleks. Dengan menggunakan metode elemen hingga dapat menyelesaikan analisis secara lebih sederhana. Hasil akhir dari penelitian ini nantinya adalah menentukan nilai beban runtuh dari suatu struktur, pola perpindahan (*displacement*) yang terjadi dan gaya-gaya dalam yang terjadi dengan pendekatan metode elemen hingga. Pada analisa instabilitas linier maupun pada analisa instabilitas non linier baik untuk balok prismatis maupun balok non prismatis akan terdapat beberapa perbedaan baik untuk cara pengerjaan, nilai beban kritis maupun nilai-nilai dari *displacement* dan gaya-gaya dalamnya.

Kata Kunci: Matriks, Elemen Hingga, Beban Aksial, Balok.

ABSTRACT

This study focuses on the problem of critical compressive axial load. can be resist by the structure. The method used in this analysis is the finite element method. The basic concept of this method is that a continuous structure can be discretionally modeled into a simpler discrete structure, a discrete structure formed from a combination of elements whose behavior is expected to represent the behavior of a more complex structure. By using the finite element method can complete the analysis more simply. The final result of this study is to determine the value of the collapse load value of a structure, the displacement pattern that occurs, and the internal forces that occur with the finite element method approach. In the analysis of linear instability and in the analysis of non-linear instability for both prismatic and non-prismatic beams, there will be some differences in terms of working methods, critical load values, and values of displacement and internal forces.

Keywords: Matrix, Finite Element, Axial Load, Beam.

PENDAHULUAN

Komponen dari sebuah struktur harus direncanakan untuk menahan beban yang bekerja padanya tanpa mengalami tegangan dan deformasi (*displacement*) yang berlebihan beban ini disebabkan oleh berat sendiri dari struktur beserta hal-hal lain yang bersangkutan seperti beban tembok dan lantai, beban angin, salju dan lain-lain yang semuanya dipikul oleh struktur. Beban ini bisa bekerja dengan berbagai cara pada bagian-bagian konstruksi seperti misalnya searah dengan sumbu batang (beban aksial) yang akan menyebabkan terjadinya tekuk (*buckling*) pada struktur balok, perpanjangan atau perpendekan pada balok sesuai dengan sifat bekerjanya beban yang sejajar pada sumbu balok atau kolom disebut beban aksial, beban ini akan menyebabkan struktur tersebut mengalami pembengkokan atau tekuk.

Hal-hal tersebut di ataslah yang menjadi dasar pemikiran di mana kajian ini akan dibuat karena suatu struktur jika dibebani oleh suatu gaya maka akan ada perubahan pada struktur tersebut. Perubahan-perubahan inilah yang nantinya akan diamati dan akan dapat ditarik kesimpulan dari analisa instabilitas ini baik untuk balok prismatis maupun non prismatis. Selanjutnya dapat dimungkinkan dengan menggunakan *software* aplikasi. Pada hasil kajian yang lain dalam beberapa aplikasi dapat memiliki hasil yang berbeda namun dalam

penentuan dimensi tidak memiliki perbedaan yang signifikan (Mukhlis, 2016).

METODE PENELITIAN

Metode kekakuan adalah metode yang terutama dipakai dalam analisa struktur dengan matriks yang sering digunakan dalam analisa struktur dengan metode elemen hingga secara garis besarnya analisa dengan metode kekakuan dimulai dengan penentuan derajat kebebasan struktur (DOF), kemudian membentuk matriks kekakuan elemen dalam arah lokal, setelah mendapatkan matriks kekakuan arah lokal matriks tersebut dimasukan atau digabung menjadi matriks kekakuan global sesuai dengan DOF yang telah ditentukan maka matriks kekakuan struktur dapat dibuat dengan cara penjumlahan secara berkesesuaian dari sebuah matriks dapat dicari perpindahan nodal, sedangkan dari matriks yang lain dapat dicari reaksi perletakan, akhirnya dengan perpindahan yang telah diketahui nilainya dapat ditentukan gaya pada ujung batang.

Sebelum memulai suatu analisa sebaiknya ditentukan dahulu derajat kebebasan struktur atau DOF dan matriks kekakuan elemen arah lokal dengan koordinat (Guire, 1979). Derajat kebebasan pada masing-masing nodal disusun dalam urutan tertentu sehingga menjadi:

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{E_B A_P}{L} & 0 & 0 & \frac{E_B A_P}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12E_B I}{L^3} & \frac{6E_B I}{L^2} & 0 & -\frac{12E_B I}{L^3} & \frac{6E_B I}{L^2} \\ 0 & \frac{6E_B I}{L^2} & \frac{4E_B I}{L} & 0 & -\frac{6E_B I}{L^2} & \frac{2E_B I}{L} \\ \frac{E_B A_P}{L} & 0 & 0 & \frac{E_B A_P}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12E_B I}{L^3} & -\frac{6E_B I}{L^2} & 0 & \frac{12E_B I}{L^3} & -\frac{6E_B I}{L^2} \\ 0 & \frac{6E_B I}{L^2} & \frac{2E_B I}{L} & 0 & -\frac{6E_B I}{L^2} & \frac{4E_B I}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{Bmatrix}$$

Akibat adanya hubungan antara peralihan regangan non linier akan timbul pengaruh kedua pada tegangan aksial dan tegangan membran atau bidang yang menyebabkan perlunya modifikasi pada kekakuan lentur pengaruh tersebut dapat dikumpulkan menjadi dalam sebuah matriks yang disebut matriks kekakuan tegangan awal (K_o) sesuai dengan penyebab pengaruh ini (Popov, 1995).

$$K_o = \frac{P_o}{30.L} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & -36 & 3L \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & -3L & -L^2 \\ 30 & 0 & 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 36 & -3L \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Matriks kekakuan struktur yang digunakan dalam analisis matriks adalah:

$$KS = \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix}$$

Matriks peralihan nodal (*displacement*) dapat dilihat pada persamaan berikut:

$$\{U\} = [K_{11}]^{-1} \times \{F\}$$

Matriks gaya dalam untuk elemen balok kolom adalah :

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ D_1 \\ M_1 \\ N_1 \\ D_1 \\ M_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_B A_P}{L} & 0 & 0 & \frac{E_B A_P}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12E_B I}{L^3} & \frac{6E_B I}{L^2} & 0 & \frac{12E_B I}{L^3} & -\frac{6E_B I}{L^2} \\ 0 & \frac{6E_B I}{L^2} & \frac{4E_B I}{L} & 0 & -\frac{6E_B I}{L^2} & \frac{2E_B I}{L} \\ -\frac{E_B A_P}{L} & 0 & 0 & \frac{E_B A_P}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12E_B I}{L^3} & -\frac{6E_B I}{L^2} & 0 & \frac{12E_B I}{L^3} & -\frac{6E_B I}{L^2} \\ 0 & \frac{6E_B I}{L^2} & \frac{2E_B I}{L} & 0 & -\frac{6E_B I}{L^2} & \frac{4E_B I}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{Bmatrix}$$

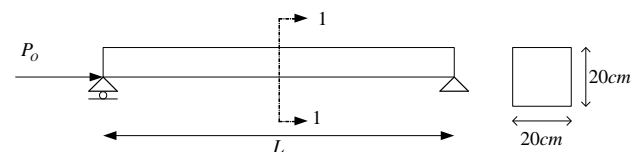
Matriks gaya dalam untuk tegangan awal dapat dilihat pada persamaan berikut ini (Weaver dan Johnston, 1993)

$$K_o = \frac{P_o}{30.L} \begin{bmatrix} -30 & 0 & 0 & -30 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 36 & -3L \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & -3L & -L^2 \\ -30 & 0 & 0 & -30 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 36 & -3L \\ 0 & -3L & L^2 & 0 & 3L & -4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{Bmatrix}$$

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1) Analisa Instabilitas Linier Pada Balok Prismatis Dengan Perletakan Sederhana

Untuk kasus ini, terjadi tekuk bifurkasi dan tingkat kritis beban aksial dapat dicari dengan menggunakan masalah nilai *eigen vector*.



Gambar 1. Balok prismatis tanpa diskrit

Data-data material:

$$P_o = 1000kg \text{ (beban awal)}$$

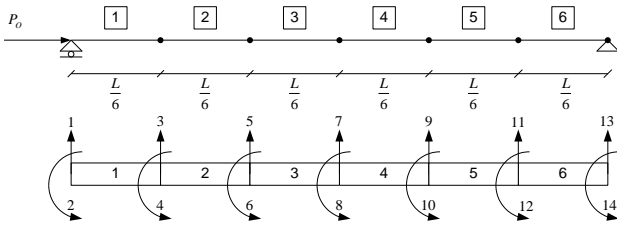
$$F_y = 2400.kg/cm^2$$

$$L = 6M = 600cm$$

$$E_B = 2,1 \times 10^6 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$I = \frac{1}{12} \times b \times h^3 \text{ (cm}^4\text{)}$$

Struktur balok didiskrit menjadi 6 elemen dengan panjang tiap-tiap elemen adalah 1 m



Gambar 2. Pendiskritan balok prismatis

Dari gambar di atas dapat dilihat bahwa jumlah DOF yang ada adalah 11 yaitu: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, dan 12. Masing-masing elemen memiliki matriks kekakuan balok untuk elemen lokal. Salah satu matriks itu adalah pada elemen 1, yaitu

$$K_{b1} = \begin{pmatrix} 3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 \\ 1.68 \times 10^7 & 1.12 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 \\ -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 \\ 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & -1.68 \times 10^7 & 1.12 \times 10^9 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya matriks kekakuan tegangan awal untuk elemen lokal pada elemen 1 adalah:

$$K_{o1} = \begin{pmatrix} 0.012 & 0.1 & -0.012 & 0.1 \\ 0.1 & 13.333 & -0.1 & -3.333 \\ -0.012 & -0.1 & 0.012 & -0.1 \\ 0.1 & -3.333 & -0.1 & 13.333 \end{pmatrix}$$

Setelah matriks kekakuan masing-masing elemen baik untuk matriks kekakuan balok biasa (K_b) dan matriks kekakuan tegangan awal (K_o) didapat maka masing-masing disusun menjadi matriks kekakuan struktur baik untuk balok (K_v) dan akibat tegangan awal (K_{os}).

$$K_v = \begin{pmatrix} 1.12 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.68 \times 10^7 & 6.72 \times 10^5 & 0 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5.6 \times 10^8 & 0 & 2.24 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 6.72 \times 10^5 & 0 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 2.24 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 6.72 \times 10^5 & 0 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 2.24 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 6.72 \times 10^5 & 0 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 2.24 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 6.72 \times 10^5 & 0 & 1.68 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 2.24 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 6.72 \times 10^5 & 0 & 1.68 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 2.24 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 1.12 \times 10^9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_{os} = \begin{pmatrix} 13.333 & -0.1 & -3.333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & 0.024 & 0 & -0.012 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.333 & 0 & 26.667 & -0.1 & -3.333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.012 & -0.1 & 0.024 & 0 & -0.012 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & -3.333 & 0 & 26.667 & -0.1 & -3.333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.012 & -0.1 & 0.024 & 0 & -0.012 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & -3.333 & 0 & 26.667 & -0.1 & -3.333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.012 & -0.1 & 0.024 & 0 & -0.012 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & -3.333 & 0 & 26.667 & -0.1 & -3.333 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.012 & -0.1 & 0.024 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & -3.333 & 0 & 26.667 & -3.333 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & -3.333 & 13.333 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Setelah mendapatkan nilai K_v dan K_{os} maka dapatlah dicari nilai absolut dari c yang terkecil dimana nilai c ini dinamakan nilai Eigen kritis (faktor beban tekuk) nilai ini dapat dicari dengan menggunakan solusi *Eigen vector* dan *Eigen value* (Katili, 2000).

Nilai minimum c adalah

$$C_{cr} = 7,677 \times 10^5$$

Nilai C_{cr} yang telah didapat dimasukan ke dalam rumus di mana:

$$\beta = C_{cr} \cdot \frac{L^2}{E.I}$$

$$\beta = (7,677 \times 10^5) \cdot \frac{600^2}{2,1 \times 10^6 \times 13333,33} = 9,871$$

L = Panjang total (cm)

E_c = Elastisitas bahan beton (kg/cm^2)

I = Inersia penampang

Setelah mendapatkan nilai β maka nilai itu dimasukan ke dalam persamaan faktor tekuk untuk balok prismatis.

$$k = \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{\beta}}$$

$$k = 3,14 \times \sqrt{\frac{1}{9,875}} = 1$$

Kemudian nilai β ini dimasukan lagi ke persamaan:

$$P_{cr} = \beta \cdot \frac{E \cdot I}{L t^2}$$

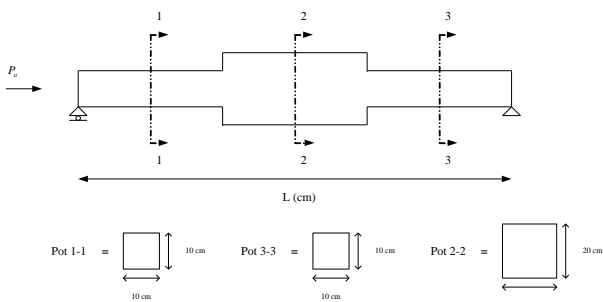
$$P_{cr} = 9,871 \times \frac{2,1 \times 10^6 \times 13333,33}{600^2} = 7,677 \times 10^5$$

Sehingga didapatkanlah beban kritis struktur sebesar 767.714 kg.

Setelah mendapatkan Nilai P_{cr} (beban runtuh struktur) maka selanjutnya kita dapat mencari pola ragam bentuk yang terjadi yaitu dengan menggunakan solusi nilai *Eigen vector* di mana nantinya dalam nilai *Eigen vector* tersebut akan diambil nilai *Eigen vector* kritis dan diambil nilai yang terkecil. Dari matriks Φ di atas diambil kolom matriks berdasarkan dibaris mana C_{cr} . Nilai maksimum $\Phi^{(cr)}$ adalah 0,557 cm.

2) Analisa Instabilitas Linier Pada Balok Non Prismatic Dengan Perletakan Sederhana

Pada kasus ini, balok sederhana memiliki empat elemen dengan tiga bentuk berbeda. Bentuk balok dapat dilihat pada gambar di bawah ini.



Balok 3. Balok non prismatic

Dengan data-data material:

$$P_o = 1000 \text{ kg}$$

$$L = 6M = 600 \text{ cm}$$

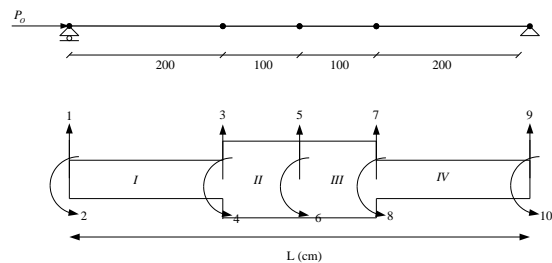
$$E_B = 2,1 \times 10^6 \quad (\text{kg/cm}^2)$$

$$I_1 = I_3 = \frac{1}{12} \times b \times h^3 = \frac{1}{12} \times 10 \times 10^3 = 833,33$$

$$I_2 = \frac{1}{12} \times b \times h^3 = \frac{1}{12} \times 20 \times 20^3 = 13333,33$$

$$(\text{cm}^4)$$

Struktur balok didiskrit menjadi 4 elemen dengan panjang tiap-tiap elemen adalah (I) 200cm, (II) 100cm, (III) 100cm, (IV) 200cm.



Gambar 4. Pendiskritan balok Non prismatic

Dari gambar di atas dapat dilihat bahwa jumlah DOF yang ada adalah 8 yaitu: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 10. Matriks kekakuan balok masing-masing elemen dihitung, salah satunya adalah matriks kekakuan elemen 3 pada struktur ini, yaitu

$$Kb_3 = \begin{pmatrix} 3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 \\ 1.68 \times 10^7 & 1.12 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 \\ -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 \\ 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & -1.68 \times 10^7 & 1.12 \times 10^9 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya matriks kekakuan tegangan awal untuk elemen lokal pada elemen 3 adalah:

$$K_{o3} = \begin{pmatrix} 0.012 & 0.1 & -0.012 & 0.1 \\ 0.1 & 13.333 & -0.1 & -3.333 \\ -0.012 & -0.1 & 0.012 & -0.1 \\ 0.1 & -3.333 & -0.1 & 13.333 \end{pmatrix}$$

Setelah matriks kekakuan masing-masing elemen baik untuk matriks kekakuan balok biasa (K_b) dan matriks kekakuan tegangan awal (K_o) didapat maka masing-masing disusun menjadi matriks kekakuan struktur baik untuk balok (K_v) dan akibat tegangan awal (K_{os}).

$$K_v = \begin{pmatrix} 3.5 \times 10^7 & -2.625 \times 10^5 & 1.75 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.625 \times 10^5 & 3.386 \times 10^5 & 1.654 \times 10^7 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 1.75 \times 10^7 & 1.654 \times 10^7 & 1.155 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 6.72 \times 10^5 & 0 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & 0 \\ 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & 2.24 \times 10^9 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 3.386 \times 10^5 & -1.654 \times 10^7 & 2.625 \times 10^5 \\ 0 & 0 & 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & -1.654 \times 10^7 & 1.155 \times 10^9 & 1.75 \times 10^7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.625 \times 10^5 & 1.75 \times 10^7 & 3.5 \times 10^7 \end{pmatrix}$$

$$K_{os} = \begin{pmatrix} 26.667 & -0.1 & -6.667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & 0.018 & 0 & -0.012 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ -6.667 & 0 & 40 & -0.1 & -3.333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.012 & -0.1 & 0.024 & 0 & -0.012 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 & -3.333 & 0 & 26.667 & -0.1 & -3.333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.012 & -0.1 & 0.018 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & -3.333 & 0 & 40 & -6.667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & -6.667 & 26.667 \end{pmatrix}$$

Setelah mendapatkan nilai K_v dan K_{os} maka dapatlah dicari nilai absolut dari c yang terkecil di mana nilai c ini dinamakan nilai Eigen kritis (faktor beban tekuk) nilai ini dapat dicari dengan menggunakan solusi *Eigen vector* dan *Eigen value*.

Nilai minimum c adalah

$$C_{cr} = 1,021 \times 10^5$$

Karena inersia penampang tidak seragam maka persamaan di atas dikembangkan menjadi:

$$\beta := \begin{cases} \text{for } i \in 1..NE \\ I \leftarrow I_i \\ c_{cr} \leftarrow \min(c) \\ \beta_i \leftarrow c_{cr} \cdot \frac{L_i^2}{E \cdot I} \end{cases}$$

$$\beta_1 = \beta_3 = (1,021 \times 10^5) \cdot \frac{600^2}{2,1 \times 10^6 \times 833,33} = 20,995$$

$$\beta_2 = (1,021 \times 10^5) \cdot \frac{600^2}{2,1 \times 10^6 \times 13333,33} = 1,312$$

L = Panjang total (cm)

E_c = Elastisitas bahan beton (kg/cm^2)

I = Inersia Penampang

Karena luas penampang balok tidak sama maka terdapat 2 nilai untuk β karena di sini kita mencari nilai kritisnya maka diambil nilai terkecil di antara nilai-nilai tersebut 1.586. Setelah mendapatkan nilai β maka nilai itu dimasukan ke dalam persamaan faktor tekuk untuk balok prismatis:

$$k = \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{\beta_{cr}}}$$

Karena penampang tidak seragam maka persamaan untuk faktor tekuk di atas dikembangkan menjadi:

$$k := \begin{cases} \text{for } i \in 1..NE \\ \beta \leftarrow \beta_i \\ k_i \leftarrow \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{\beta}} \\ \text{submatrix}(k, 1, 1, 1, 1) \end{cases}$$

Diambil nilai k yaitu 0,686, kemudian nilai β ini dimasukkan lagi ke persamaan :

$$P_{cr} = \beta_{cr} \cdot \frac{E \cdot I_{cr}}{L t^2}$$

Karena penampang tidak seragam maka persamaan untuk beban kritis di atas dikembangkan menjadi:

$$P_{cr} := \begin{cases} \text{for } i \in 1..NE \\ I \leftarrow I_i \\ B \leftarrow \beta_i \\ P_{cr_i} \leftarrow -B \cdot \frac{EI}{L t^2} \\ \text{submatrix}(P_{cr}, 1, 1, 1, 1) \end{cases}$$

Sehingga didapatkan beban runtuh struktur sebesar 102.060 kg.

Pola ragam yang terjadi adalah merupakan bentuk ragam tekuk akibat beban kritis (runtuh). Setelah mendapatkan Nilai P_{cr} (beban runtuh struktur) maka selanjutnya kita dapat mencari pola ragam bentuk yang terjadi yaitu dengan menggunakan solusi nilai *Eigen vector* di mana nantinya dalam nilai *Eigen vector* tersebut akan diambil nilai *Eigen vector* kritis dan diambil nilai yang terkecil:

$$\Phi = \text{genvecs}(Kv, Kos)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} -0.011 & 8.638 \times 10^{-3} & -0.013 & -6.914 \times 10^{-3} & 0.038 & 0.023 & -4.366 \times 10^{-3} & -0.01 \\ -0.703 & 0.531 & -0.706 & -0.184 & -0.706 & -0.523 & -0.574 & -0.707 \\ -0.032 & 0.025 & -0.035 & -0.013 & 5.711 \times 10^{-3} & -2.891 \times 10^{-3} & -2.117 \times 10^{-4} & 6.87 \times 10^{-3} \\ -1.517 \times 10^{-14} & -0.659 & 3.664 \times 10^{-15} & -0.965 & -1.117 \times 10^{-13} & -0.673 & -0.584 & -1.017 \times 10^{-12} \\ -0.093 & 0 & 0.038 & 0 & 7.754 \times 10^{-3} & 0 & 1.711 \times 10^{-14} & 7.17 \times 10^{-3} \\ 0.703 & 0.531 & 0.706 & -0.184 & 0.706 & -0.523 & -0.574 & 0.707 \\ -0.032 & -0.025 & -0.035 & 0.013 & 5.711 \times 10^{-3} & 2.891 \times 10^{-3} & 2.117 \times 10^{-4} & 6.87 \times 10^{-3} \\ -0.011 & -8.638 \times 10^{-3} & -0.013 & 6.914 \times 10^{-3} & 0.038 & -0.023 & 4.366 \times 10^{-3} & -0.01 \end{pmatrix}$$

Dari matriks Φ di atas diambil kolom matriks berdasarkan di baris mana C_{cr}

$$\Phi^{(cr)} = \begin{pmatrix} -4.366 \times 10^{-3} \\ -0.574 \\ -2.117 \times 10^{-4} \\ -0.584 \\ 1.711 \times 10^{-14} \\ -0.574 \\ 2.117 \times 10^{-4} \\ 4.366 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Matriks $\Phi^{(cr)}$ merupakan bentuk ragam tekuk akibat dari beban kritis struktur dengan nilai maksimum adalah 0,559 cm.

3) Analisa Instabilitas Non Linier Pada Balok Prismatis Dengan Perletakan Sederhana

Untuk kasus non linier ini kita akan memasukan pengaruh tegangan awal aksial dan diasumsikan berpengaruh dengan deformasi aksial sedangkan analisa instabilitas yang akan digunakan adalah instabilitas non linier. Dalam kasus ini akan terjadi tekuk dengan *displacement* sebenarnya.

Struktur sama dengan contoh kasus untuk analisa linier prismatis.

Data-data Material:

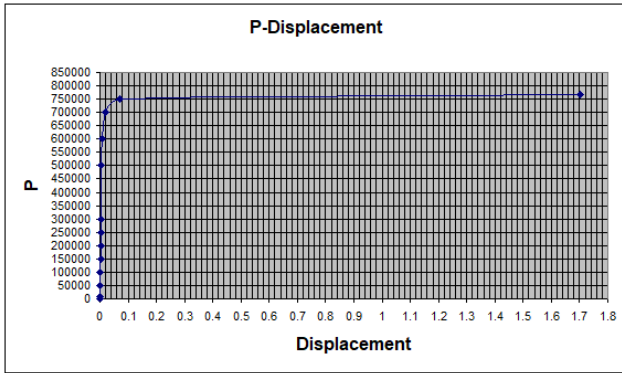
$$P_o = 1000kg \text{ (beban awal atau mula-mula)}$$

$$L = 6M = 600cm$$

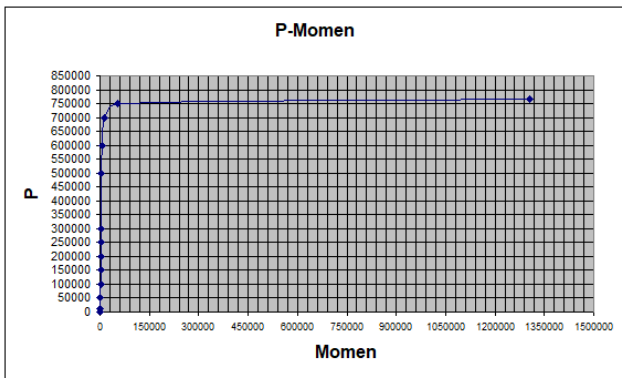
$$E_B = 2,1 \times 10^6 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$I = \frac{1}{12} \times b \times h^3 \text{ (cm}^4\text{)}$$

Struktur balok didiskrit menjadi 6 elemen dengan panjang tiap-tiap elemen adalah 1 m atau 100 cm.



Gambar 6. Beban-perpindahan (*displacement*) untuk balok prismatis



Gambar 7. Beban-momen untuk balok prismatis

Dari grafik di atas didapat bahwa:

$$P_{cr} = 767200kg$$

$$\Delta_{max} = 2,362.cm$$

4) Analisis Instabilitas Non Linier Pada Balok Non Prismatis Dengan Perletakan Sederhana

Contoh kasus sama dengan kasus linier non prismatis dengan data-data material:

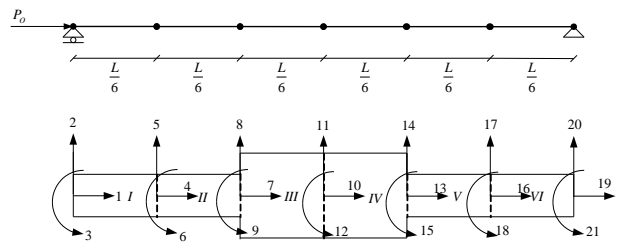
$$L = 10M = 1000cm$$

$$E_B = 2,1 \times 10^6 \quad (kg/cm^2)$$

$$I_1 = \frac{1}{12} \times b \times h^3 = \frac{1}{12} \times 10 \times 10^3 = 833,33$$

$$I_2 = \frac{1}{12} \times b \times h^3 = \frac{1}{12} \times 20 \times 20^3 = 13333,33$$

Struktur balok didiskrit menjadi 6 elemen dengan panjang tiap-tiap elemen adalah 100 cm.



Gambar 8. Pendiskritan balok non prismatis dengan pengaruh aksial

Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa jumlah DOF yang ada adalah 18, yaitu 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, dan 21). Matriks kekakuan lokal pada salah satu elemen lokal, yaitu elemen 4 adalah

$$K_{b_4} = \begin{pmatrix} 8.4 \times 10^6 & 0 & 0 & -8.4 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 & 0 & -3.36 \times 10^5 & 1.68 \times 10^7 \\ 0 & 1.68 \times 10^7 & 1.12 \times 10^9 & 0 & -1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 \\ -8.4 \times 10^6 & 0 & 0 & 8.4 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & -3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 & 0 & 3.36 \times 10^5 & -1.68 \times 10^7 \\ 0 & 1.68 \times 10^7 & 5.6 \times 10^8 & 0 & -1.68 \times 10^7 & 1.12 \times 10^9 \end{pmatrix}$$

Dan matriks kekakuan tegangan awal untuk elemen 4 (lokal) adalah

$$K_{o_4} = \begin{pmatrix} -10 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -100 & 0 & 12 & -100 \\ 0 & -100 & -1.333 \times 10^4 & 0 & 100 & 3.333 \times 10^3 \\ 10 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 100 & 0 & -12 & 100 \\ 0 & -100 & 3.333 \times 10^3 & 0 & 100 & -1.333 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

diskrit saja untuk mencari beban kritis strukturnya dengan metode klasik Euler.

Data-data Material:

$$F_y = 2400.kg/cm^2$$

$$L = 10M = 1000cm$$

$$E_B = 2,1 \times 10^6 \quad (kg/cm^2)$$

$$I = \frac{1}{12} \times b \times h^3 \quad (cm^4)$$

Rumus umum Euler (Singer dan Pytel, 1985) adalah:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E_c \cdot I}{(k \cdot L)^2}$$

$$P_{cr} = \frac{3,14^2 \cdot (2,1 \times 10^6) \left(\frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 20^3 \right)}{(1.600)^2}$$

$$P_{cr} = 766857,59.kg$$

Pengaruh dari tegangan leleh dapat dimasukan pada saat akan dicari beban izin dari struktur dimana sebelum mencari beban izin tersebut kita terlebih dahulu mencari nilai λ dan C_{cr} nya dengan memasukan nilai jari-jari grasi (r):

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$r = \sqrt{\frac{\frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 20^3}{20^2}} = 5,78$$

$$\lambda = \frac{L_e}{r}$$

$$\lambda = \frac{600}{5,78} = 103,81$$

$$C_{cr} = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E}{F_y}}$$

$$C_{cr} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^6}{2400}} = 131,4$$

$\lambda \leq C_{cr}$ inelastic buckling

$$F_f = F_y \cdot \left[1 - \frac{\lambda^2}{2 \cdot C_{cr}^2} \right]$$

$$F_f = 2400 \cdot \left[1 - \frac{103,81^2}{2 \cdot 131,4^2} \right] = 1651,02$$

Kemudian mencari nilai tegangan izin balok untuk $\lambda \leq C_{cr}$ maka:

$$F_a = \frac{F_y \cdot \left[1 - \frac{\lambda^2}{2 \cdot C_{cr}^2} \right]}{\frac{5}{3} + \frac{3 \cdot (\lambda)}{8 \cdot C_{cr}} - \frac{(\lambda)^3}{8 \cdot C_{cr}^3}}$$

$$F_a = \frac{1651,02}{\frac{5}{3} + \frac{3 \cdot (103,81)}{8 \cdot 131,4} - \frac{(103,81)^3}{8 \cdot 131,4^3}} = \frac{1651,02}{1,901} = 867,6$$

Selanjutnya didapatkan nilai P_a (beban izin):

$$P_a = F_a \cdot A$$

$$P_a = 867,6 \times 400$$

$$P_a = 347039,04.kg$$

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian, maka dapat diambil beberapa kesimpulan.

1. Pada analisa nonlinier terdapat adanya gaya-gaya pengganggu efek P- Δ , sehingga dengan adanya pengaruh ini maka *displacement* serta gaya-gaya dalam yang terjadi mengalami peningkatan, sedangkan proses *incremental* (penambahan beban) adalah untuk mencari beban runtuh dari struktur balok.
2. Jumlah pendiskritan elemen mempengaruhi nilai *displacement* dan

besarnya beban runtuh dimana makin banyak diskritisasi yang dilakukan maka nilai *displacement* dan beban semakin teliti.

3. Terlihat pada contoh kasus yang diberikan baik Pada analisa instabilitas linier maupun pada analisa instabilitas non linier untuk balok prismatis nilai beban kritisnya lebih besar dibandingkan dengan beban kritis balok non prismatis.

DAFTAR PUSTAKA

- Mukhlis, A., 2016, "Perbandingan Perencanaan Portal Baja dengan SAP2000 dan ETABS", Jurnal Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Teuku Umar, Volume 2, Nomor 2, Tahun 2016.
- Katili, I., 2000, *Aplikasi Metode Elemen Hingga Pada Balok, Rangka, Grid, dan Portal*, Jakarta, Fakultas Teknik Universitas Indonesia.
- Guire, W.M., dan Gallagher, R., 1979, *Matrix Struktural Analysis*, New York, Wiley.
- Popov, E.P., 1995, *Mechanics of Materials*, Jakarta, Erlangga.
- Singer, P.L. dan Pytel, A., 1985, *Strength of material*, Jakarta, Erlangga.
- Weaver, W. dan Johnston, P.R., 1993, *Elemen Hingga Untuk Analisis Struktur*, Bandung, Eresco.